

UDK: 621.39:004.4

## PARETO-OPTIMAL MARSHRUTLASH MASALALARINI YECHISH UCHUN GRAFIK MODEL VA EVOLYUTION ALGORITMNI BIRLASHTIRISH

**Mirzaeva Malika Baxadirovna<sup>1,2</sup>** – texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent,  
ORCID: 0000-0002-1791-6715, E-mail: [malikamirzaeva01@gmail.com](mailto:malikamirzaeva01@gmail.com)

**Tojiyeva Feruza Qobiljon qizi<sup>3</sup>** – doktorant (PhD),  
ORCID: 0009-0005-1261-0505, E-mail: [11feruza@gmail.com](mailto:11feruza@gmail.com)

<sup>1</sup>“Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti” Milliy tadqiqot universiteti, Toshkent sh., O'zbekiston

<sup>2</sup>Toshkent xalqaro universiteti, Toshkent sh., O'zbekiston

<sup>3</sup>Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, Toshkent sh., O'zbekiston

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada aloqa tarmoqlarida trafikni boshqarish masalasini hal etish uchun ko'p mezonli optimallashtirishga asoslangan matematik model ishlab chiqilgan. Model tarmoq grafigi asosida tuzilgan bo'lib, xizmat sifati ko'rsatkichlari sifatida kechikish, o'tkazuvchanlik va ishonchlilik alohida mezonlar tarzida hisobga olingan. Sun'iy intellekt yondashuvlari, jumladan kuchaytiruvchi o'rganish va graf neyron tarmoqlari yordamida marshrutlarni moslashuvchan boshqarish imkoniyati nazarda tutilgan. Model Python muhiti asosida simulyatsiya qilinib, oddiy va nosozlik ssenariylari bo'yicha sinovdan o'tkazildi. Pareto-optimal yondashuv orqali murakkab tarmoq sharoitlarida qaror qabul qilishning samarali algoritmi ishlab chiqildi. Evolyutsion hisoblash usullari, xususan genetik algoritmi va kuchaytiruvchi o'rganish agentlari yordamida simulyatsiya o'tkazilib, modelning barqarorligi va moslanuvchanligi eksperiment orqali asoslandi. Natijalar modelning barqaror ishlashi va topologiyadagi o'zgarishlarga nisbatan yuqori moslanuvchanlikka ega ekanligini ko'rsatdi.

**Kalit so'zlar:** aloqa tarmoqlari, matematik model, xizmat sifati, ko'p mezonli optimallashtirish, sun'iy intellekt, yo'naltirish, simulyatsiya.

UDK: 621.39:004.4

## СОВМЕЩЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПАРЕТО -ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ

**Мирзаева Малика Бахадировна<sup>1,2</sup>** – доктор философии по техническим наукам (PhD), доцент

**Тоджиева Феруза Кабильджановна<sup>3</sup>** – докторант (PhD)

<sup>1</sup>Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», г. Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Ташкентский международный университет, г. Ташкент, Узбекистан

<sup>3</sup>Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразми, г. Ташкент, Узбекистан

**Аннотация.** В данной статье представлен математический подход к управлению трафиком в сетях связи на основе многокритериальной оптимизации. Модель построена на основе графиков и учитывает показатели качества обслуживания, такие как задержка, пропускная способность и надёжность в качестве отдельных критериев. Предусмотрена интеграция интеллектуальных методов управления, включая обучение с подкреплением и графические нейронные сети для адаптивной маршрутизации. Модель реализована в среде Python и протестирована на статических и аварийных сценариях. С помощью Парето-оптимального подхода реализован алгоритм принятия решений в условиях сложной сетевой топологии. Эволюционные вычислительные методы, включая генетический алгоритм и

методы обучения с подкреплением, использованы для моделирования, что подтвердило устойчивость и адаптивность разработанной модели. Полученные результаты показывают устойчивость модели и её высокую адаптивность к изменениям в топологии сети.

**Ключевые слова:** сети связи, математическая модель, качество обслуживания, многокритериальная оптимизация, искусственный интеллект, маршрутизация, моделирование.

UDK: 621.39:004.4

## COMBINING GRAPH-BASED MODEL AND EVOLUTIONARY ALGORITHM FOR SOLVING PARETO-OPTIMAL ROUTING PROBLEMS

**Mirzaeva, Malika Bakhadirovna**<sup>1,2</sup> – Doctor of Philosophy in Technical Sciences (PhD), Associate Professor

**Tojiev, Feruza Kobiljon kizi**<sup>3</sup> – Doctoral student (PhD)

<sup>1</sup>Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers, National Research University, Tashkent city, Uzbekistan

<sup>2</sup>Tashkent International University, Tashkent city, Uzbekistan

<sup>3</sup>Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent city, Uzbekistan

**Abstract.** *This paper presents a mathematical model for traffic management in communication networks based on multi-criteria optimization. The model is built on network graphs and considers Quality of Service (QoS) indicators—such as delay, throughput, and reliability—as independent optimization objectives. It incorporates AI-driven techniques, including reinforcement learning and graph neural networks, to enable adaptive routing control. The model is implemented and simulated in Python under both baseline and failure scenarios. A Pareto-optimal framework is used to develop an efficient decision-making algorithm for complex network environments. The results demonstrate the model's stability and high adaptability to changes in network topology.*

**Keywords:** *communication networks, mathematical model, quality of service, multi-criteria optimization, artificial intelligence, routing, simulation.*

### Kirish

Zamonaviy aloqa tarmoqlari doimiy o'zgarib turadigan va murakkab sozlanishi qiyin sharoitda ishlaydi. Xizmat sifati (QoS) -kechikishi kam bo'lishi, ma'lumot o'z vaqtida yetib borishi, aloqa uzilmasligi va tez ishlashini kafolatlashning asosiy komponentlaridan biri tarmoqdagi trafik oqimlarining optimal tarzda boshqarilishi hisoblanadi. Odatda aloqa tizimlarida marshrutlash algoritmlari ko'pincha eng qisqa yo'l tanlash kabi bitta mezonidan foydalangan holda tuziladi. Ba'zida, bu usul bir vaqtning o'zida bir nechta xizmat ko'rsatkichlarini qamrab olmaydi. Agar tanlangan eng qisqa yo'l haddan tashqari yuklangan bo'lsa, kechikish sabab sekin ishlashi yoki nozoslik, uzilish xavfi sabab ishonchsiz bo'lishi mumkin. Bundan ko'rinadiki bitta mezon bilan qaror qabul qilish yetarli emas. Shunday qilib, bir nechta mezonlarni hisobga olgan optimallashtirish usullari tobora zarur bo'lib bormoqda.

Bir nechta qarama-qarshi maqsadlarni birgalikda yechishga qaratilgan matematik yondashuvi yordamida kechikish, o'tkazuvchanlik, yuklamaning muvozanati va xavfsizlik kabi parametrlarni bir vaqtning o'zida optimallashtirish imkoniyati mavjud bo'ladi. Bunday yondashuvlarda Pareto-optimal qarorlar to'plamining yechimlari yuqori ahamiyatli bo'lib, u qaror qabul qilish orqali har bir xizmat sifati mezonini teng ravishda inobatga olish imkonini beradi [1].

Oxirgi yillarda ko'p mezonli optimallashtirish muammolarini yechish uchun grafik asosidagi modellar, sun'iy intellekt yondashuvlari, jumladan kuchaytiruvchi o'rganish hamda evolyutsion algoritmlar bilan bir qatorda grafik neyron tarmoqlari (GNN) keng qo'llanilmoqda [2, 3]. Ularning asosiy ustunlik jihati real vaqt rejimida tarmoqdagi dinamik o'zgarishlarga mos ravishda javob bera olishidir [4].

Ushbu maqola ko'p mezonli optimallashtirish doirasida grafik modellashtirish yordamida marshrutlash muammosini hal etishga qaratilgan bo'lib, uning asosiy maqsadi – xizmat sifati parametrlarini kompleks baholab, bir vaqtning o'zida hisobga olgan holda trafikni samarali boshqarish mexanizmini ishlab chiqishdan iborat.

### Metodologiya

Taklif etilgan grafik model asosida tarmoqda trafik oqimlarini yo'naltirish va xizmat sifati ko'rsatkichlarini muvozanatlashtirishga qaratilgan yechimlar simulyatsiya orqali baholandi. Simulyatsiyalar Python muhitida, NetworkX kutubxonasi asosida amalga oshirildi. Tarmoq yo'naltirilgan graf shaklida tasvirlanib, har bir havola uchun kechikish, sig'im va ishonchlilik parametrlari kiritildi [1].

Tadqiqot doirasida aloqa tarmog'i yo'naltirilgan graf sifatida ifodalandi:

$$G = (V, E)$$

bu yerda  $V$  - tugunlar to'plami,  $E$  - havolalar (yo'nalishlar) to'plami.

Har bir havola uchun quyidagi parametrlar aniqlangan:  $C_{ij}$ - uzatish sig'imi,  $d_{ij}$ - kechikish va  $r_{ij} \in [0,1]$ -ishonchlilik darajasi.

Har bir trafik oqimi  $f \in F$  quyidagicha tavsiflanadi: boshlang'ich tugun  $s_f$ , yakuniy tugun  $t_f$  va uzatish tezligi talabi  $R_f$ . Marshrutlash o'zgaruvchisi  $x_{ij}^f$ - oqim  $f$  ning  $i \rightarrow j$  havoladan o'tgan hajmini bildiradi.

Model quyidagi cheklovlar bilan ifodalandi:

1. Oqimni saqlash cheklovi: trafik oqimining boshlang'ich, oraliq va yakuniy tugunlarida to'g'ri taqsimlashni ta'minlaydi

$$\sum_{j \in V} x_{ij}^f - \sum_{j \in V} x_{ji}^f = \begin{cases} R_f, & \text{agar } i = s_f \\ -R_f, & \text{agar } i = t_f \\ 0, & \text{boshqa holatlarda} \end{cases} \quad (1)$$

2. Sig'im cheklovi: Har bir havola  $(i, j) \in E$  uchun barcha oqimlar yig'indisi havolaning maksimal sig'imidan oshmaligi kerak

$$\sum_{j \in V} x_{ij}^f \leq C_{ij}, \quad \forall (i, j) \in E. \quad (2)$$

Bu shart har bir havola bo'yicha ortiqcha yuklamani oldini oladi va uzatish sig'imi doirasida ishlashni kafolatlaydi.

3. Ishonchlilik cheklovi: Har bir oqim uchun umumiy yo'nalishning ishonchliligi quyidagicha ifodalanadi:

$$R^f_{total} = \prod_{(i, j) \in E} P_f r_{ij} \geq R^{min}, \quad (3)$$

bu yerda  $P_f$  - oqim  $f$  uchun tanlangan yo'nalish,  $R^{min}$ - minimal ishonchlilik darajasi.

4. Maqsad funksiyasi - ko'p mezonli optimallashtirish quyidagi maqsadlarga erishishni ko'zlaydi:

▪ Kechikishni minimallashtirish:

$$\min \sum_{f \in F} \sum_{j \in F} d_{ij} * x_{ij}^f. \quad (4)$$

▪ O'tkazuvchanlikni maksimal qilish:

$$\max \sum_{f \in F} R_f. \quad (5)$$

▪ Yuklamaning balanslanishini yaxshilash:

$$\min \max_{(i, j) \in E} \left( \frac{\sum_f x_{ij}^f}{C_{ij}} \right). \quad (6)$$

Ko'p mezonli optimallashtirish modelidagi qarorlarni muvozanatini saqlash maqsadida Pareto-optimal yondashuv tanlandi [1]. Kichik o'lchamdagi tarmoqlar uchun muammo chiziqli dasturlash metodlari yordamida yechildi, bu esa optimal marshrutlarni aniq hisoblash imkonini beradi. Yirik va murakkab tarmoqlarda kombinator muammolar oshgani sababli evolyutsion algoritmlar - xususan, genetik algoritmlar va zarracha to'qnashuvi algoritmi (Particle Swarm Optimization) usuli - qo'llandi [2, 3].

Bundan tashqari, modelda kuchaytiruvchi o'rganish (Reinforcement Learning) asosidagi agentlardan foydalanildi. Har bir agent belgilangan holatda (yangi tarmoq topologiya va tariff yuklamasi) asosida ma'lum bir harakatni tanlaydi va mukofot funksiyasi orqali baholanadi, bunda kechikish minimallasuvi va ishonchlik masimallikga asoslangan qiymatni oladi. Bu muammo Markov qaror jarayoni (Markov Decision Process -MDP) sifatida modellashtirilib, Q-o'rganish algoritmi bilan iterative yechim topildi [4].

Tajriba sinov ishlarining simulyatsiyalari Python platformasida amalga oshirildi. Tarmoq strukturalari NetworkX kutubxonasi yordamida modellashtirildi va agentlararo o'zaro ta'sirlar hamda trafik oqimi esa SimPy moduli orqali ishlab chiqildi. Quyidagi ssenariylar asosida sinov o'tkazildi:

- To'liq faol tarmoq holati (barcha havolalar ishlash holatida);
  - $A \rightarrow B$  havolasi nosozligi sharoitida marshrutlash (nosozlikka bardoshlilikni baholash)
- Olingan natijalar keyingi bo'limda tahlil qilindi.

### Natijalar va muhokama

Taklif etilgan matematik model asosida tarmoqdagi yo'naltirish va oqimlarni boshqarishning samaradorligi maxsus ishlab chiqilgan simulyatsion tajribalar orqali baholandi. Simulyatsiya Python dasturlash muhiti va NetworkX kutubxonasi yordamida amalga oshirildi. Tarmoq strukturasining barcha elementlari -ya'ni tugunlar yo'naltirilgan graf shaklida tasvirlanib, har bir havola uchun kechikish va sig'im parametrlari kiritildi. Tajriba doirasida tarmoqning ishlash xususiyatlari ikki asosiy ssenariyda test qilindi:

1. Asosiy holat – barcha havolalar faol.

Bu ssenariyda tarmoqchning barcha havolalar ishlayotgan holatda model A tugundan D tugungacha bo'lgan optimal yo'nalishni aniqladi. Model tomonidan optimal marshrut quyidagicha bo'ldi:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D.$$

Ushbu yo'l bo'yicha har bir havola kechikishlari yig'indisi 12 millisekundni tashkil etdi:  $d_{AB} = 5 \text{ ms}$ ,  $d_{BC} = 4 \text{ ms}$ , va  $d_{CD} = 3 \text{ ms}$ .

Shunga ko'ra umumiy kechikish =  $5 + 4 + 3 = 12 \text{ ms}$ . Simulyatsiya natijasi vizual tarzda 1a-rasmda tasvirlangan, ko'rsatilgan.

2. Havola uzilishi holati –  $A \rightarrow B$  havolasi ishdan chiqishi.

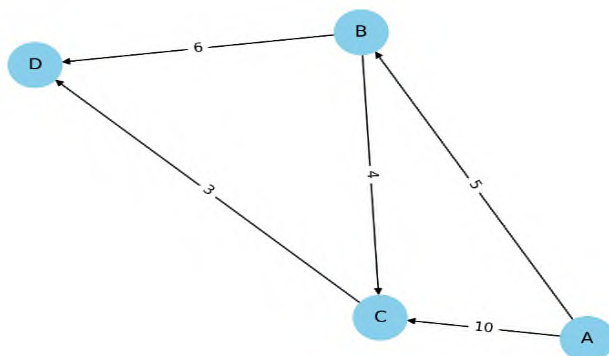
Ikkinchi ssenariyda  $A \rightarrow B$  havolasi sun'iy ravishda o'chirilgan. Model ushbu o'zgarishga real vaqt rejimida moslanuvchan tarzda javob qaytarib, yangi optimal yo'lni quyidagicha aniqladi:

$$A \rightarrow C \rightarrow D.$$

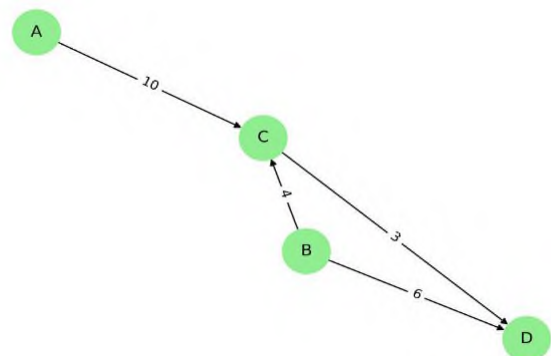
Yangi yo'nalish bo'yicha umumiy kechikish 13 millisekundni tashkil etdi:  $d_{AC} = 10 \text{ ms}$ ,  $d_{CD} = 3 \text{ ms}$ .

Umumiy kechikish =  $10 + 3 = 13 \text{ ms}$ .

Tarmoq topologiyasidagi o'zgarish va yangilangan yo'nalish 1b-rasmda vizual tarzda ko'rsatilgan, modelning nosozlik holatlarida barqaror qaror qabul qilish qobiliyatini namoyon etilgan.



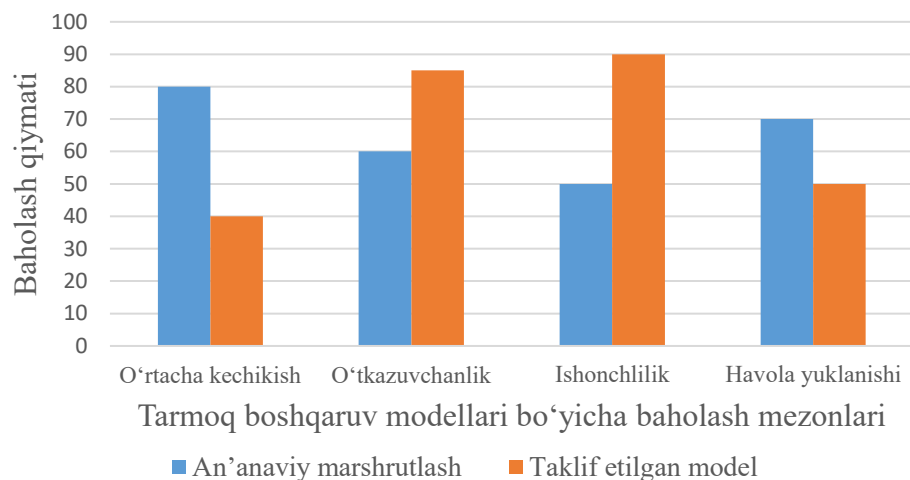
(a) Asosiy holat: barcha havolalar faol o'chirilgan



(b) Nosozlik holati:  $A \rightarrow B$  havolasi

1-rasm. Tarmoq topologiyalarining solishtiruv grafifi.

Yuqoridagi tahlillarni miqdoriy baholash maqsadida an'anaviy marshrutlash usuli bilan taklif etilgan model natijalari bir nechta asosiy xizmat sifati mezonlari bo'yicha taqqoslandi. Bunda o'rtacha kechikish, umumiy o'tkazuvchanlik (throughput), ishonchlilik va havola yuklanishi (link utilization) ko'rsatkichlari baholandi. Natijalar 2-rasmda gistogramma ko'rinishida taqdim etilgan.



**2-rasm. Tarmoq boshqaruv modellari natijaviy taqqoslanishi gistogrammasi**  
(An'anaviy marshrutlash va taklif etilgan model o'rtasidagi asosiy mezonlar bo'yicha baholash)

Gistogramma tahlilidan ko'rinib turibdiki:

- o'rtacha kechikish - taklif etilgan modelda sezilarli darajada kamaygan;
- o'tkazuvchanlik - taklif etilgan model yuqori throughputni ta'minladi;
- ishonchlilik - model an'anaviy usulga nisbatan sezilarli darajada barqaror;
- havola yuklanishi - taklif etilgan modelda optimal balansga erishilgan, bu esa ortiqcha yuklanishning oldini oladi.

Bu olingan simulyatsion natijalar modelning ko'p mezonli optimallashtirish yondashuvi orqali tarmoq ishlashini yanada samarali tashkil qilish imkonini berishini tasdiqlaydi [6, 8, 12].

Tahliliy kuzatishlardan shu ma'lum bo'ldiki, model asosiy holatda eng qisqa va kechikishi eng kam bo'lgan yo'nalishni aniqlay oldi. Nosozlik ssenariysida tarmoq topologiyasidagi o'zgarishga tez moslashib marshrutni qayta belgiladi va xizmat sifatini (QoS) nisbatan barqaror darajada saqlab qoldi. Natijada kechikish qiymati faqat 1 millisekundga oshgan bo'lsa-da, aloqa uzilmagan, bu esa modelning real sharoitda ishlashga yaroqliligini ko'rsatadi.

Kechikish qiymatlarining farqi 12 ms va 13 ms o'rtasidagi aniq son jihatdan ahamiyatsiz ko'rinsada, modelning samaradorligi nafaqat raqamli o'zgarish bilan, balki uning tarmoq topologiyasidagi o'zgarishlariga ya'ni havola uzilishi, yuk ortishi holatga tez avtomatik moslashuvchanligi va uzluksiz ravishda javob berish qobiliyati bilan baholanadi. Bunday holatlar tarmoqning uzulishiga, trafik yo'qolishiga olib keladi yoki an'anaviy statik marshrutlash algoritmlarida sezilarli kechikishlarga olib keladi. Taklif etilgan model esa intellektual moslashuvchanlik orqali havola uzilishi holatida avtomatik tarzda muqobil yo'nalishni aniqlab, aloqa uzluksizligini ta'minlaydi. Shunday qilib, model barqarorlik va xizmat sifat ko'rsatkichlarini real vaqt rejimida saqlab qolishdagi ustunligini ko'rsatmoqda. Model faqat kechiktirishni minimallashtirish emas, balki real tarmoqdagi uzilish va yuklanishga moslasha olish qobiliyati bilan samarali hisoblanadi. Shuning uchun bu model oddiy statik usullarga nisbatan ustun.

### Xulosa

Ushbu maqolada aloqa tarmoqlarini samarali boshqarish uchun ko'p mezonli optimallashtirishga asoslangan matematik model taklif etildi. Model graf nazariyasiga asosida qurilib, tarmoqdagi trafik oqimlari va havolalarning kechikish, uzatish sig'imi va ishonchlilik kabi xizmat sifati (QoS) ko'rsatkichlarini kompleks tarzda hisobga olgan holda optimallashtirildi.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, o'tkazilgan simulyatsiya tajribalari modelning real tarmoq topologiyasi sharoitida yo'naltirish masalasini muvaffaqiyatli hal eta olishini, to'liq faol



tarmoq holatida minimal kechikish bilan optimal yo‘nalishni ta‘minlay olishini, havola uzilishi kabi nosozlik holatlarida esa moslashuvchan tarzda yangi marshrutlarni aniqlab, aloqa uzluksizligini saqlab qola olishini hamda topologiyadagi o‘zgarishlarga nisbatan barqaror va tezkor javob qaytara olishini ko‘rsatdi. Simulyatsiya natijalari modelning barqaror ishlashini va nosozliklarga qarshi moslashuvchanligini tasdiqladi [8].

Modelning asosiy afzalligi, u xizmat sifati ko‘rsatkichlarini alohida mezonlar sifatida ko‘rib chiqish orqali ularni birgalikda optimallashtirish imkonini beradi, bundan tashqari, grafik asosidagi tuzilmasi modelni murakkab va dinamik tarmoq muhitlariga moslashtirishni osonlashtiradi hamda sun‘iy intellekt yondashuvlari, xususan kuchaytiruvchi o‘rganish algoritmlari bilan integratsiyalash orqali real vaqtli va moslanuvchan boshqaruv mexanizmlarini amalga oshirish imkonini yaratadi [10, 11, 13].

Tadqiqot asosida xulosa qilish mumkinki, modelni real vaqtli aloqa tarmoqlarida (masalan, Software Define Networking, Internet of Things) joriy qilish va sinovdan o‘tkazish tavsiya etiladi. Kelgusida xavfsizlik mezonlarini (masalan, yo‘lning ishonchliligi, xakerlik hujumlariga chidamlilik)ni ham modelga integratsiya qilish rejalashtirilishi mumkin. Qo‘llanilgan algoritmlarning hisoblash murakkabligini tahlil qilib, yengilroq va tezkor muqobil variantlar ishlab chiqish maqsadga muvofiq. Tadqiqot natijalari tarmoqlarni aqlli boshqarish sohasida kelajakdagi ishlanmalarga asos bo‘la oladi va ko‘p mezonli yondashuv asosida samarali va moslashuvchan boshqaruv tizimlarini yaratishga yo‘l ochadi.

### Adabiyotlar

- [1] Kleinrock L. *Queueing Systems. Volume 2: Computer Applications*. Wiley, 1976.
- [2] Li X., Floudas C. A. Multiobjective optimization problems with equilibrium constraints // *Journal of Optimization Theory and Applications*. – 2006.
- [3] Ahuja R. K., Magnanti T. L., Orlin J. B. *Network flows: theory, algorithms, and applications*. Prentice Hall, 1993.
- [4] Marler R. T., Arora J. S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2004.
- [5] Deb K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- [6] Sutton R. S., Barto A. G. *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press, 2018.
- [7] Bäck T. *Evolutionary algorithms in theory and practice*. Oxford University Press, 1996.
- [8] Alsabaan M., Naik K., Goel N., Nayak A. Real-time traffic routing using intelligent transportation systems // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013.
- [9] Zhou J. et al. Graph neural networks: A review of methods and applications // *AI Open*. – 2020.
- [10] Attar R. et al. Multipath routing for QoS-aware traffic engineering in MPLS networks // *Scientific Research Publishing*, 2017.
- [11] Wu Z. et al. A comprehensive survey on graph neural networks // *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020.
- [12] Liu Y. et al. Multi-objective genetic algorithm for routing optimization // *PLOS ONE*, 2019.
- [13] Mirzaeva M. Study of Neural Networks in Telecommunication Systems // *Conference Proceedings*, 2021.